Calcul dans IR

On donne $A = \sqrt{5-2\sqrt{6}} - \sqrt{5+2\sqrt{6}}$

1°)- Montrer que $A^2 = 8$

2°)- a / Vérifier que A est un réel négatif

b / En déduire une écriture de A à l'aide d'un seul radical

Produits remarquables

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

...

• $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

• $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

• $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$.

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$.

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

On donne $A = \sqrt{5-2\sqrt{6}} - \sqrt{5+2\sqrt{6}}$

1°)- Montrer que $A^2 = 8$

2°)- a / Vérifier que A est un réel négatif

b / En déduire une écriture de A à l'aide d'un seul radical

$\sqrt{a^2} = |a|$

$\sqrt{a}^2 = a \quad (a \geq 0)$

$A^2 = (\underbrace{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}_{a} - \underbrace{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}_{b})^2$

$= \sqrt{5-2\sqrt{6}}^2 - 2\boxed{\sqrt{5-2\sqrt{6}}\sqrt{5+2\sqrt{6}}} + \sqrt{5+2\sqrt{6}}^2$

$(\alpha-\beta)(\alpha+\beta) = \alpha^2 - \beta^2$

$= 5 - \cancel{2\sqrt{6}} - 2\sqrt{5^2 - (2\sqrt{6})^2} + 5 + \cancel{2\sqrt{6}}$

$= 10 - 2\sqrt{25-24}$

$= 10 - 2\sqrt{1} = 8$

On donne $A = \sqrt{5-2\sqrt{6}} - \sqrt{5+2\sqrt{6}}$

$\begin{cases} A > 0 \\ A < B \Rightarrow \sqrt{A} < \sqrt{B} \end{cases}$

1°)- Montrer que $A^2 = 8$

2°)- a / Vérifier que A est un réel négatif

b / En déduire une écriture de A à l'aide d'un seul radical

2) a) $\boxed{\left.\begin{array}{l} 5^2 = 25 \\ (2\sqrt{6})^2 = 24 \\ 25 > 24 \end{array}\right\} 5 > 2\sqrt{6} \Rightarrow 5 - 2\sqrt{6} > 0}$

on a:

$0 < 5 - 2\sqrt{6} < 5 + 2\sqrt{6}$

$\Rightarrow \sqrt{5-2\sqrt{6}} < \sqrt{5+2\sqrt{6}}$

$\Rightarrow \sqrt{5-2\sqrt{6}} - \sqrt{5+2\sqrt{6}} < 0$

d'où A est un réel négatif

2) $\begin{cases} A^2 = 8 \\ A < 0 \end{cases} \Leftrightarrow A = -\sqrt{8}$

$\Rightarrow A = -2\sqrt{2}$

Exercice 2

1) Soit $p \in \mathbb{R}_+$. Montrer que $\sqrt{p+1} - \sqrt{p}$ est l'inverse de $\sqrt{p+1} + \sqrt{p}$.

مقلوب

2) Calculer : $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{63}+\sqrt{64}}$

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$

$5 \times \frac{1}{5} = 1$

Mq A est l'inverse de B

$A \times B = \ldots\ldots = 1$

Rq

0 n'admet pas d'inverse

1) $p \in \mathbb{R}_+$

$(\sqrt{p+1} - \sqrt{p})(\sqrt{p+1} + \sqrt{p}) = \sqrt{p+1}^2 - \sqrt{p}^2$

$= p + 1 - p = 1$

d'où $\sqrt{p+1} - \sqrt{p}$ est l'inverse de $\sqrt{p+1} + \sqrt{p}$

propriété $A \in \mathbb{R}^*$ et $B \in \mathbb{R}^*$

A et B sont inverses

$\boxed{AB = 1}$

$\boxed{\frac{1}{A} = B}$ et $\boxed{\frac{1}{B} = A}$

$\frac{A}{B} = A \times \frac{1}{B} = A \times A = A^2$

$\boxed{\frac{A}{B} = A^2}$

$\boxed{\frac{B}{A} = B^2}$

1) Soit $p \in \mathbb{R}_+$. Montrer que $\sqrt{p+1}-\sqrt{p}$ est l'inverse de $\sqrt{p+1}+\sqrt{p}$.

2) Calculer **alors** : $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{63}+\sqrt{64}}$

2) $p \in \mathbb{R}_+$

$\sqrt{p+1}-\sqrt{p}$ est l'inverse de $\sqrt{p+1}+\sqrt{p}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{\sqrt{p+1}+\sqrt{p}}=\sqrt{p+1}-\sqrt{p}}$$

si $p=1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$

si $p=2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

si $p=3 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}=\sqrt{4}-\sqrt{3}$

$\cdots\cdots$

$\cdots\cdots$

si $p=63 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{64}+\sqrt{63}}=\sqrt{64}-\sqrt{63}$

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{63}+\sqrt{64}}=\sqrt{}$$

$$=\sqrt{2}\boxed{-1}+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+\cdots+\sqrt{64}-\sqrt{63}=\sqrt{64}-1=8-1=7$$

$$\boxed{\frac{1}{1+\sqrt{2}}}+\boxed{\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}}+\boxed{\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{63}+\sqrt{64}}$$

$$=\frac{(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}+\frac{1(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}+\frac{1(\sqrt{4}-\sqrt{3})}{(\sqrt{4}+\sqrt{3})(\sqrt{4}-\sqrt{3})}+\cdots+\frac{1(\sqrt{64}-\sqrt{63})}{(\sqrt{64}+\sqrt{63})(\sqrt{64}-\sqrt{63})}$$

$$=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+\cdots+\sqrt{64}-\sqrt{63}$$

$$=\sqrt{64}-1=8-1=7$$

1) Soit n un entier naturel non nul .

Montrer que : $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{1}{n(n+1)}$

2) Simplifier alors l'expression :

$$E=\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\cdots+\frac{1}{9\times 10}$$

$$=\frac{1}{1}-\cancel{\frac{1}{2}}+\cancel{\frac{1}{2}}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}$$

$$=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$$

1) $n\in\mathbb{N}^*$

$$\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{1(n+1)}{n(n+1)}-\frac{1\ n}{(n+1)n}$$

$$=\frac{n+1-n}{n(n+1)}=\frac{1}{n(n+1)}$$

2) D'après 1)

$n=1\Rightarrow\frac{1}{1}-\frac{1}{2}=\frac{1}{1\times 2}$

$n=2\Rightarrow\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{2\times 3}$

$\cdots$

$n=9\Rightarrow\frac{1}{9}-\frac{1}{10}=\frac{1}{9\times 10}$